Lab/Hw2 review

TAs

好消息：新作业发布啦！

并且，Proj玩的开心吗？

Lab03/Hw03…
莉莉丝精心准备了题目

- 高阶函数的返回和调用
    - 高阶函数：参数/返回值为函数的函数
        - 函数本身是操作的对象
            - 程序包含数据和对数据的操作
            - “操作”也变得抽象了（作为参数），甚至操作也可以被操作（作为返回值）。
- (Personally)计算机学习的难点：恰当地调整思考角度与抽象层次。
    - 比如，将操作也看作数据或反之
    - 比如，将加法、乘法看作一个满足交换律、结合律的自然数上的二元运算
        - 思考角度与思考的抽象层次并不一定是“正交的”（彼此独立的）
    - 解答一个问题，可能需要多个层次、多个视角
    - 坏消息：我们总想用直觉理解晦涩的概念，但朴素的直觉常常出错
    - 好消息：我们永远可以回归确定的概念本身
- 回顾：hw2, accumulate及其使用

- **def summation_square(n):** 对0到n范围内的每个自然数k，执行square(k)，再加起来（初始值为0）。
  - 可以任选范围上限
- **def summation(n, f):** 将0到n范围内的每个自然数k，执行f(k)，再加起来（初始值为0）
  - 可以任选对**每个**元素做的**操作**，自由度变高
- **def accumulate(combiner, base, n, f):**
  - 抽象掉了对每个元素做的操作，以及对操作结果的操作（某个符合结合律与交换律的**二元运算**，自初始值始，依次使用在每一个结果上），初始值可以自由选择

Church numeral

- **n** = λf. λx. f^n x
- 思路：把握“纯结构”，再思索语义
- f, x 没有类型，语义有很大的不确定性

Church numeral

- **n** = λf. λx. f^n x
- 思考我们能做的操作可以如何影响f^n
- 我们能做的事：增加lambda/提供参数 – 增减嵌套层数。
- 理解Succ
  - 为了n->n+1，需要拆两层（通过提供参数）
  - Succ1: f^n 不变，x变为f x -> n(f)(f(x))
  - Succ2: f^n x 不变，在最左侧加一个f -> f(n(f)(x))
  - 再把两层加回去
    - λf. λx. n(f)(f(x)) 或 λf. λx. f(n(f)(x))

Church numeral

- $\mathbf{m} = \lambda f.\ \lambda x.\ f^m\ x$ 与 $\mathbf{n} = \lambda f.\ \lambda x.\ f^n\ x$
- 加法：以m为基础，自然的思路，将m中的x变为 $f^n\ x$
  - m: 拆一层f, 使其直接接受第二个参数x: m(f)
  - n: 变为$f^n\ x$: n(f)(x)
  - 合体：m(f)(n(f)(x))
- 增加外层的f与x
  - λf. λx. m(f)(n(f)(x))

Church numeral

- **m** = $\lambda f.\ \lambda x.\ f^m\ x$ 与 **n** = $\lambda f.\ \lambda x.\ f^n\ x$
- 乘法：以m为基础，自然的思路，使f变为f^n，并接受与f相同的参数
  - m接受f，不需要调整
  - n改变为f^n，并作为m的f参数传入，需要匹配参数列表x，这需要拆包
    - n: n(f)
  - 合体：m(n(f))，得到 $\lambda x.\ (\lambda x.\ f^n\ x)^m\ x$，也就是 $\lambda x.\ f^{n*m} x$
  - 增加最外层的f
- 注意，这里指数上m的含义与幂运算不同，指的是嵌套次数

Church numeral

- **m** = $\lambda f.\ \lambda x.\ f^m\ x$ 与 **n** = $\lambda f.\ \lambda x.\ f^n\ x$
- 幂：以m为基础，朴素地替换思路已经无法实现
  - 我们只能实现((f^n)^m x)，也就是对x进行m次(f^n)操作
  - 但是，我们能不能让x是f？
    - 对f进行m次(^n)的操作？
    - 可以想象，$(\lambda f.\ f^n)^m\ f \to f^{(n^m)}$
  - 我们可以构造类似形式的：$(\lambda f.\ \lambda x.\ f^n\ x)^m\ f \to \lambda x.\ f^{n*n\cdots n}\ x$，只差最外层
  - **自然地想到，m(n) 能形成这个子结构，** $\lambda x.\ (\lambda f.\ \lambda x.\ f^n\ x)^m\ x$
    - **但是还差作为参数的f…**
    - 真的差吗？
  - **m** = $\lambda f.\ \lambda x.\ f^m\ x = \lambda x.\ \lambda f.\ x^m\ f$ -- 参数名不影响函数的语义！alpha-equivalence
  - 很优美地：m(n)
  - (“作用域”)

Church numeral

$(\lambda f.\ \lambda x.\ f^{n}\ x)^{m}\ f \to \lambda x.\ f^{n*n\cdots n}\ x,$

$\lambda f.\ \lambda x.\ f^{n*n\cdots n}\ x$

Lab03/Hw03…